Pengantar Matematika Diskrit

- Referensi :
- Rinaldi Munir, *Matematika Diskrit, Informatika Bandung 2005*

Matematika Diskrit?

- Bagian matematika yang mengkaji objek-objek diskrit
- **Benda disebut diskrit jika ia terdiri dari sejumlah berhingga elemen yg berbeda atau elemen-elemen yg tdk bersambungan**
- **Contoh objek diskrit misalnya:**
- **~ himpunan bilangan bulat (integer**

Lawan diskrit

- **Lawan kata diskrit adalah kontinyu atau menerus.**
  - **Contoh: Himpunan bilangan Real**
- **Di dalam matematika kita mengenal**
  - **Fungsi Diskrit: digambarkan sebagai sekumpulan titik- titik.**
  - **Fungsi kontinyu: digambarkan sbg kurva**

Perkembangan Mat Diskrit

- **Metematika Diskrit berkembang sangat pesat dalam dekade terakhir ini, karena:**
  - **Komputer digital bekerja secara diskrit**
  - **Informasi yang disimpan dan dimanipulasi oleh komputer adalah dalam bentuk diskrit.**
- **Matematika diskrit merupakan ilmu dasar dalam pendidikan informatika atau ilmu komputer.**

Logika

- Proposisi :
- Suatu statemen/pernyataan yang bernilai benar atau salah, tetapi tidak dapat sekaligus keduanya
- Contoh :
- 1. Jakarta adalah ibukota negara Indonesia
- 2. 4 + 2 = 6
- 3. 7 < 2
- 4. Hari apa sekarang ?
- 5. x + 6 = 10
- 6. x > 5
- 1,2,3 adalah proposisi, 4,5,6 bukan proposisi

KOMBINASI PROPOSISI

- Proposisi Majemuk : proposisi baru yang diperoleh dari hasil pengkombinasian

---

- Proposisi Majemuk :

  1. Konjungsi/conjunction
  2. Disjungsi/disjunction
  3. Ingkaran/negation

Misalkan *p* dan *q* adalah proposisi :

Konjungsi *p* dan *q* dinyatakan dengan notasi , $p \wedge q$ adalah proposisi *p* dan *q*

Disjungsi *p* dan *q*, dinyatakan dengan notasi, $p \vee q$ adalah proposisi *p atau q*

Ingkaran dari *p* dinyatakan dengan notasi ~*p*, adalah proposisi tidak *p*

Tabel Kebenaran (*Trunth Table*)

Konjungsi

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Disjungsi

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Negasi

p	$\sim p$
T	F
F	T

Table 4-1 Laws of the algebra of propositions

Idempotent laws:	(1a) $p \vee p \equiv p$	(1b) $p \wedge p \equiv p$
Associative laws:	(2a) $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	(2b) $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
Commutative laws:	(3a) $p \vee q \equiv q \vee p$	(3b) $p \wedge q \equiv q \wedge p$
Distributive laws:	(4a) $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	(4b) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Identity laws:	(5a) $p \vee F \equiv p$ (6a) $p \vee T \equiv T$	(5b) $p \wedge T \equiv p$ (6b) $p \wedge F \equiv F$
Involution law:	(7) $\neg\neg p \equiv p$	
Complement laws:	(8a) $p \vee \neg p \equiv T$ (9a) $\neg T \equiv F$	(8b) $p \wedge \neg p \equiv T$ (9b) $\neg F \equiv T$
DeMorgan's laws:	(10a) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	(10b) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

Himpunan

- Himpunan (*set*) adalah kumpulan objek-objek yang ***berbeda***
- Objek yang terdapat didalam himpunan disebut elemen atau unsur atau anggota
- Ada beberapa penyajian himpunan yaitu :
  1. Enumerasi,
  2. Menggunakan simbul-simbul baku
  3. Menyatakan syarat keanggotaan
  4. Menggunakan diagram Venn

Penyajian Himpunan :

1. Enumerasi yaitu : menuliskan semua elemen himpunan diantara dua kurung kurawal.
   - Contoh :
     - A = {1,2,3,4}
     - R = { a, b, {a,b,c}, {a,c} }
     - C = { a, {a}, {{a}} }
     - K = { {} }

- Untuk menyatakan anggota suatu himpunan digunakan notasi :

$x \in A$ Untuk menyatakan x merupakan anggota himpunan A

$x \notin A$ Untuk menyatakan x bukan merupakan anggota himpunan A

Contoh : 2 $\in$ A = {0,1,2,3,4}

6 $\notin$ A = {0,1,2,3,4}

2. Simbul-Simbul Baku

- Terdapat sejumlah simbul baku yang berbentuk hurup tebal (*boldface*) yang digunakan untuk mendifinisikan himpunan yaitu :
  - **P** = himpunan bilangan bulat positif = {1,2,3 …}
  - **N** = himpunan bilangan asli = {1,2,…}
  - **Z** = himpunan bilangan bulat = {…,-2,-1,0,1,2,…}
  - **Q** = himpunan bilangan rasional
  - **R** = himpunan bilangan riil
  - **C** = himpunan bilangan komplek

3. Notasi Pembentuk Himpunan

Notasi : { x | syarat yang harus dipenuhi oleh x }

Aturan yang digunakan dalam penulisan syarat keanggotaan :

a. Bagian di kiri tanda “|” melambangkan elemen himpunan

b. Tanda “|” dibaca ***dimana*** atau ***sedemikian sehingga***

c. Bagian di kanan “|” menunjukkan syarat keanggotaan himpunan

d. Setiap ‘,” di dalam syarat keanggotaan dibaca sebagai ***dan***

Contoh :

$A = \{ x \mid x \in P,\ x < 5 \}$ atau $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

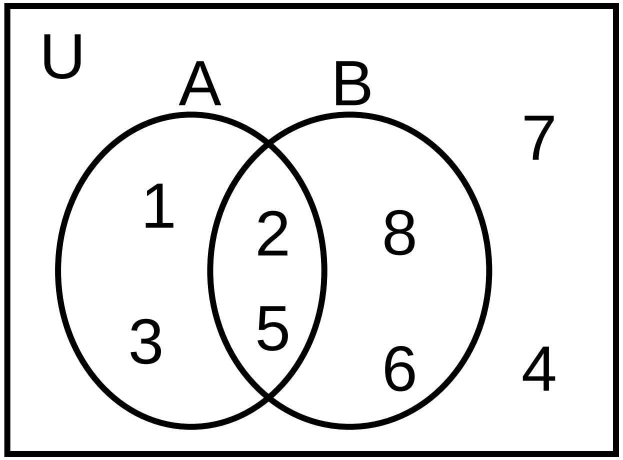
4. Diagram Venn

(John Venn matematikawan Inggris tahun 1881)

Didalam diagram Venn, himpunan semesta U digambarkan sebagai suatu segi empat, sedangkan himpunan lainnya digambarkan sebagai lingkaran di dalaaam segi empat

Contoh :

U = {1,2,3,4,5,6,7,8}, A = {1,2,3,5} dan B = {2,5,6,8}



Kardinalitas

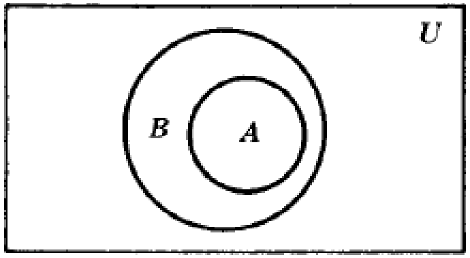
- Misalkan A adalah merupakan himpunan yg elemen-elemennya berhingga banyaknya. Jumlah elemen di dalam A disebut kardinal dari himpunan A.
- Notasi : n(A) atau |A|

Contoh :

A= {x| x merupakan bilangan prima lebih kecil dari 20}, maka n(A)= 8, dengan elemen-elemen A adalah : 2,3,5,7,11,13,17,19

Himpunan Bagian (*Subset*)

- Himpunan A dikatakan himpunan bagian (***subset***) dari himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen dari B. Dalam Hal ini B merupakan ***superset*** dari A



(a) $A \subseteq B$

Theorem 1.1: Let A, B, C be any sets. Then:

(i) $A \subseteq A$

(ii) If $A \subseteq B$ and $B \subseteq A$, then $A = B$

(iii) If $A \subseteq B$ and $B \subseteq C$, then $A \subseteq C$

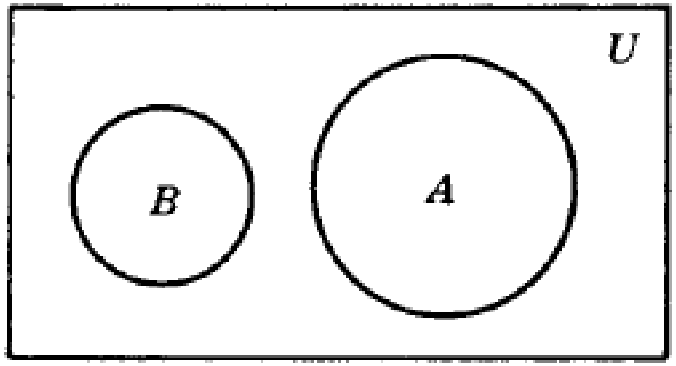
Himpunan yang sama, himpunan kosong dan Himpunan Ekivalen

- Himpunan A dikatakan sama dgn himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen B dan sebaliknya.
- **Notasi:** $jika\ A \subseteq B\ dan\ B \subseteq A\ maka\ A = B$
- Himpunan kosong : Himpunan yg tidak mempunyai satupun elemen atau himpunan dengan kardinal = 0. $\rightarrow$ **{ } =** $\varnothing$
- Himpunan A dikatakan ekivalen dengan himpunan B jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.

Himpunan Saling lepas (*Disjoint*)

Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas
jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama

Notasi : A // B



(b) A and B are disjoint

Himpunan Kuasa

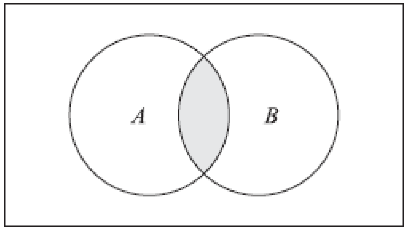
- Himpunan kuasa (power set) dari himpunan A adalah suatu himpunan yg elemennya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri.
- **Notasi : P(A)**

OPERASI terhadap Himpunan

1. IRISAN (*Intersection*)

   Irisan dari himpunan A dan B adalah himpunan yg setiap elemennya merupakan elemen dari himpunan A dan himpunan B.

   Notasi : $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$

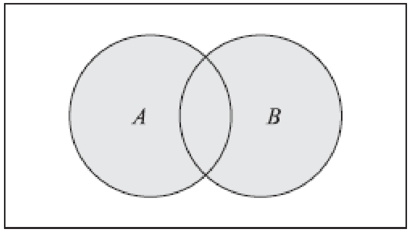


(*b*) $A \cap B$ is shaded

2. GABUNGAN (*Union*)

- Gabungan dari himpunan A dan B adalah himpunan yg setiap anggotanya merupakan anggota himpunan A atau himpunan B.

Notasi : $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$



(*a*) $A \cup B$ is shaded

- **3. KOMPLEMEN** (***Complement***)
- Komplemen dari suatu himpunan A terhadap suatu himpunan semesta S adalah suatu himpunan yg elemennya merupakan elemen S yg bukan elemen A.
- Notasi: $A^{C} = \{x \mid x \in \mathbf{U}, x \notin A\}$

- 4. **SELISIH (*Difference*)**
- Selisih dari dua himpunan A dan B adalah suatu himpunan yg elemennya merupakan elemen A dan bukan elemen B.
- Notasi: A – B atau A\B

$$A \backslash B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

Relasi

- Relasi adalah struktur hubungan antara elemen himpunan dengan elemen himpunan lain.
- Relasi biner R antara A dan B adalah himpunan bagian dari A x B

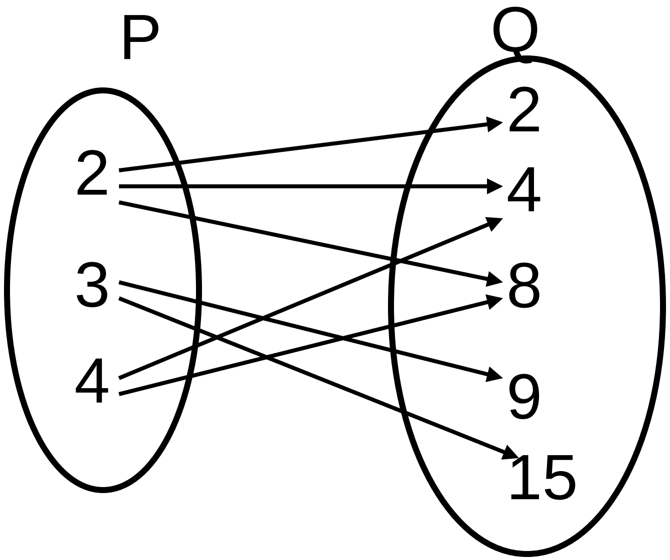
$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \text{ dan } b\}$$

$$R \subseteq (A \times B)$$

Contoh :

- Misalkan $P = \{2,3,4\}$ dan $Q = \{2,4,8,9,15\}$. Jika didefinisikan relasi R dari P ke Q dengan $(p,q) \in R$ jika p habis membagi q, maka diperoleh :
- $R=\{(2,2),(2,4),(4,4),(2,8),(4,8),(3,9),(3,15)\}$

Daerah Asal (Domain)



Daerah Hasil (Codomain)

Relasi Inversi

- Misalkan ***R*** adalah relasi dari himpunan ***A*** ke himpunan ***B***. Inversi dari relasi ***R*** dilambangkan dengan $\boldsymbol{R^{-1}}$ adalah relasi dari B ke A yang didefinisikan oleh :

  $R^{-1} = \{(b,a) \mid (a,b) \in R\}$

- Misalkan ***P*** = *{2,3,4}* dan ***Q*** = *{2,4,8,9,15}.* Jika didefinisikan relasi ***R*** dari ***P*** ke ***Q*** dengan (*p,q*) ε ***R*** jika *p* habis membagi *q*, maka diperoleh :

  $R = \{(2,2),(2,4),(4,4),(2,8),(4,8),(3,9),(3,15)\}$

- $\boldsymbol{R^{-1}}$ adalah invers dari relasi ***R*** yaitu relasi dari ***Q*** ke ***P***

  (q,p) ε $\boldsymbol{R^{-1}}$ jika q adalah kalipatan dari p maka diperoleh :

  $R = \{(2,2),(4,2),(4,4),(8,2),(8,4),(9,3),(15,3)\}$

Sifat-sifat Relasi

Refleksif (*reflexive*)

- Relasi ***R*** pada himpunan ***A*** disebut refleksif jika (a,a) ε ***R*** untuk setiap a ε ***A***
- Contoh:
- Misalkan ***A***= {1,2,3,4}
- Relasi ***R*** = {(1,1), (1,2), (2,1),(2,2), (3,3), (4,2), (4,3), (4,4)} bersifat refleksif karena terdapat elemen relasi yang berbentuk (1,2), (2,2), (3,3) dan (4,4)
- Relasi ***R***= {(1,1),(2,2), (2,3), (4,2), (4,3), (4,4)} tidak bersifat refleksif karena (3,3) $\not\varepsilon$ ***R***

Simetri (*symmetric*) dan Taksimetri (*antisymmetric*)

- Relasi ***R*** pada himpunan A disebut simetri jika (a,b) ε ***R***, maka (b,a) ε ***R***, untuk semua a,b ε ***A***
- Relasi ***R*** pada himpunan ***A*** disebut tidak simetri jika (a,b) ε ***R***, dan (b,a) ε ***R***, maka a=b untuk semua a,b ε ***A***
- Contoh :
- Misalkan ***A***= {1,2,3,4}
- Relasi ***R***= {(1,1), (1,2), (2,1),(2,2), (2,4), (4,2), (4,4)} bersifat simetri karena (1,2) dan (2,1) ε R, begitu juga (2,4) dan (4,2) ε ***R***
- Relasi ***R***={(1,1), (2,3), (2,4), (4,2)} ditak simetri karena (2,3) ε ***R*** tetapi (3,2) ∉ ***R***

Transitif (*transitive*)

- Relasi ***R*** pada himpunan ***A*** disebut transitif jika

  (a,b) ε R dan (b,c) ε ***R*** maka (a,c) ε ***R***, untuk semua a,b,c ε ***A***

  Contoh :
- Misalkan ***A***= {1,2,3,4}
- Relasi ***R***= {(2,1), (3,1), (3,2),(2,2), (4,1), (4,2), (4,3)} bersifat transitif
- Relasi ***R*** = {(1,1), (2,3), (2,4),(4,2)} tidak transitif karena (2,4) dan (4,2) ε ***R***, tetapi (2,2) ∉ ***R*** begitu juga (4,2) dan (2,3) ε ***R***, tetapi (4,3) ∉ ***R***

- **Relasi Kesetaraan (equivalence relation)**

  Relasi ***R*** pada himpunan ***A*** disebut relasi kesetaraan (*equivalence relation*) jika ia *refleksif*, *simetr* dan *transitif.*

- **Relasi Pengurutan Parsial**

  Relasi ***R*** pada himpunan ***S*** dikatakan relasi pengurutan parsial (*parsial ordering relation*) jika ia *refleksif*, *antisimetrik*, dan *transitif*. Himpunan ***S*** bersama-sama dengan relasi ***R*** disebut terurut secara parsial (*partially ordered set*, atau *poset*) dan dilambangkan dengan (***S,R***)

Relasi n-ary

- Misalkan $\boldsymbol{A_1, A_2, \ldots, A_n}$ adalah himpunan. Relasi ***n-ary R*** pada himpunan-himpunan tersebut adalah adalah himpunan bagian dari $\boldsymbol{A_1 \times A_2 \times \ldots, \times A_n}$ atau dengan notasi

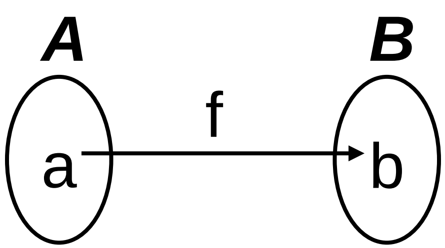
  $$\boldsymbol{R \subseteq A_1 \times A_2 \times \ldots, \times A_n}.$$

  Himpunan $\boldsymbol{A_1, A_2, \ldots, A_n}$ disebut daerah asal (*domain*) dan ***n*** disebut *derajat*.

Fungsi

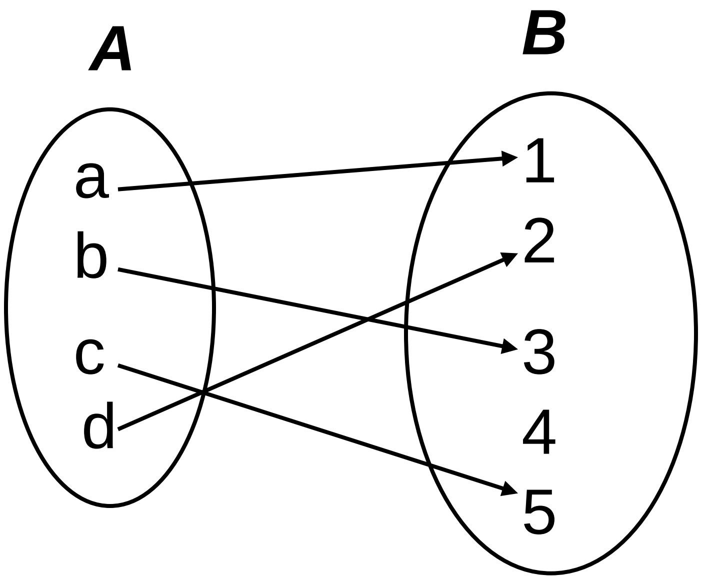
- Misalkan ***A*** dan ***B*** himpunan. Relasi biner *f* dari ***A*** ke ***B*** merupakan suatu fungsi jika setiap elemen didalam ***A*** dihubungkan tepat satu elemen di dalam ***B***. Jika *f* adalah fungsi dari ***A*** ke ***B*** dituliskan :

$\boldsymbol{f : A \rightarrow B}$ yang artinya f memetakan ***A*** ke ***B***



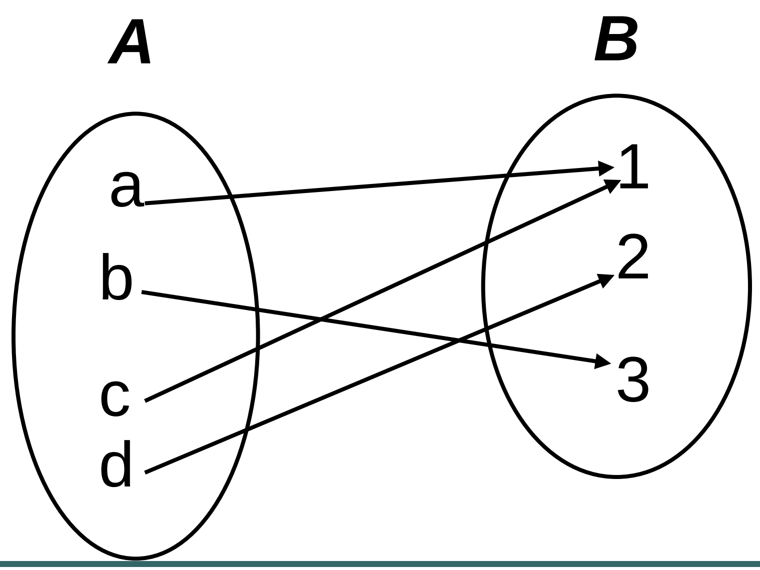
Fungsi Satu ke Satu

- Fungsi ***f*** dikatakan satu-ke-satu (one-to-one) atau injektif jika tidak ada dua elemen ***A*** yang memiliki bayangan yang sama.



Fungsi Pada (*Onto*)

- Fungsi ***f*** dikatakan pada (*onto*) surjektif jika setiap elemen himpunan ***B*** merupakan bayangan dari satu atau lebih elemen himpunan ***A***.



Fungsi Rekursif (Relasi Rekursif)

- Fungsi f dikatakan fungsi rekursif jika difenisi fungsinya mengacu pada dirinya sendiri
- Fungsi rekursif disusun oleh dua bagian :

1. Basis : bagian yang berisi nilai awal yang tidak mengacu pada dirinya sendiri. Bagian ini juga sekaligus menghentikan definisi rekursif.
2. Rekurens: Bagian ini mendefinisikan argumen fungsi dalam terminologi dirinya sendiri

- Perhitungan n! secara rekursif :

a. Basis :

$n! = 1$,jika $n = 0$

---

b. Rekurens :

$n! = n x (n-1)!$,jika $n > 0$

maka 5! dihitung dengan langkah sebagai berikut :

(1) 5!=5x4

(2) 4!=4x3

(3) 3!=3x2

(4) 2!=2x1

(5) 1!=1x0!

(6) 0!=0x1

- Pada baris ke-6 diperoleh nilai yang terdefinisi secara langsung bukan faktorial bilangan lainnya. Dengan melakukan runut balik dari baris ke-6 ke baris 1diperoleh nilai setiap baris untuk menghitung hasil pada baris sebelumnya :

  (6) $0!=1$

  (5) $1!=1x0!=1$

  (4) $2!=2x1!=2$

  (3) $3!=3x2!=6$

  (2) $4!=4x3!=24$

  (1) $5!=5x4!=120$

Jadi $5!=120$

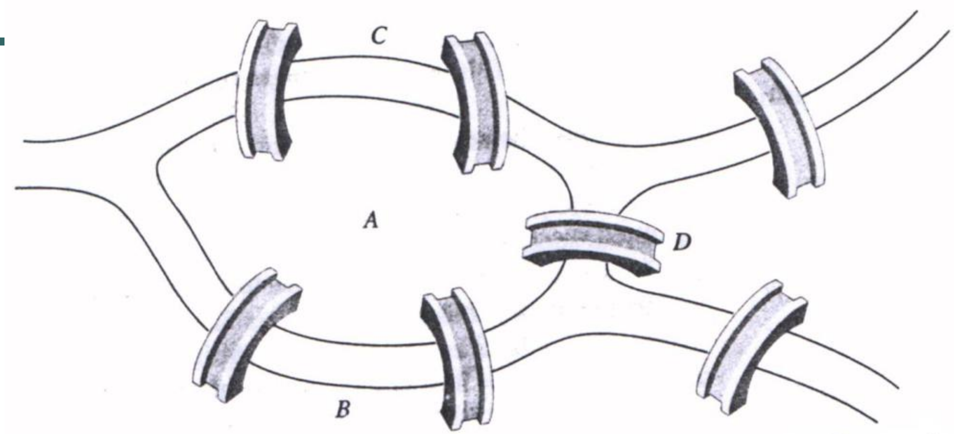
Pendahuluan

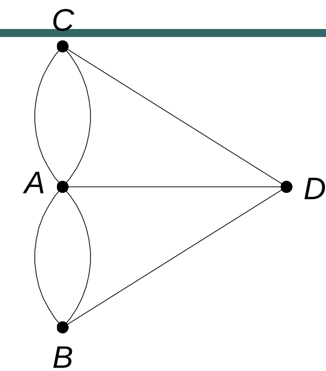
- Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut
- Representasi dari graf adalah dgn menyatakan objek sebagai noktah, bulatan atau titik, sedangkan hubungan antar objek dinyatakan dgn garis.
- Contoh : Sebuah peta jaringan jalan raya yg menghubungkan sejumlah kota pd sebuah propinsi. Sesungguhnya peta tsb adalah sebuah graf, yg dalam hal ini kota dinyatakan sebagai noktah, sedangkan jalan raya dinyatakan sbg garis.

Sejarah Graf

- Masalah jembatan Königsberg (tahun 1736). Di kota Königsberg (sebelah timur negara bagian Prussia, Jerman), yg sekarang bernama kota Kaliningrad, terdapat sungai Pregal yg mengalir mengintari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. Ada 7 buah jembatan yg menghubungkan daratan yg dibelah oleh sungai tsb.

Masalah Jembatan Königsberg



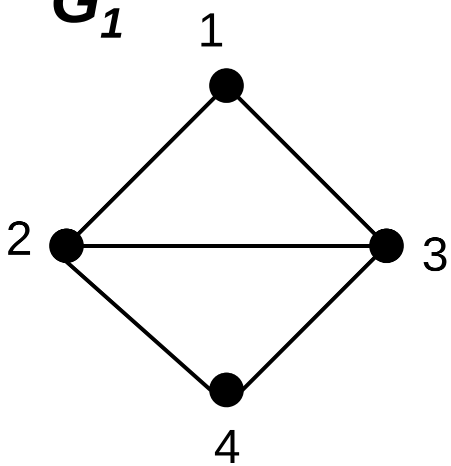


- Graf yang merepresentasikan jembatan Königsberg:
  - Simpul (*vertex*) → menyatakan daratan
  - Sisi (*edge*) → menyatakan jembatan
- Bisakah melalui setiap jembatan tepat sekali dan kembali lagi ke tempat semula?

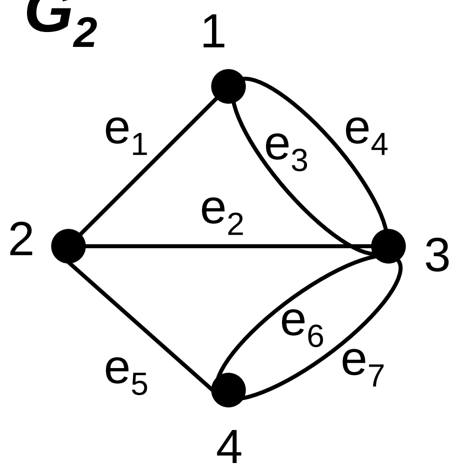
Graf

- Graf ***G*** didefinisikan sebagai pasangan himpunan (***V,E***) ditulis dengan notasi ***G***(***E,V***), yang dalam hal ini ***V*** adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (vertices atau node) dan ***E*** adalah himpunan sisi (edges atau arcs) yang menghubungkan sepasang simpul.

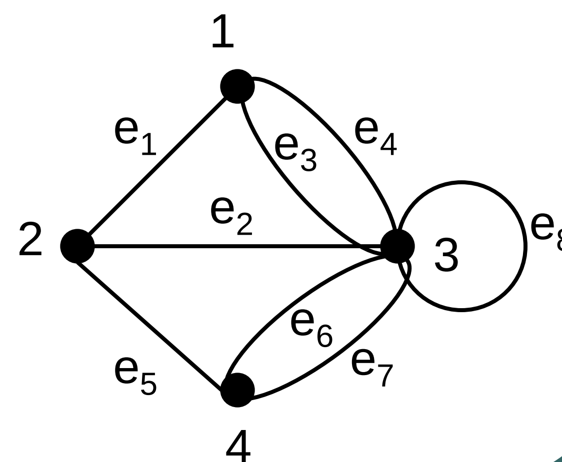
G_1



G_2



G_3



Graf tersebut mempunyai himpunan simpul ***V*** dan himpunan sisi ***E*** :

Graf G_1

$V=\{1,2,3,4)$

$E=\{(1,2),(1,3),(2,3),(2,4),(3,4)\}$

Graf G_2

$V=\{1,2,3,4)$

$E=\{(1,2),(1,3),(1,3),(2,3),(2,4),(3,4),(3,4)\}$ atau

$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$

Graf G_3

$V=\{1,2,3,4)$

$E=\{(1,2),(1,3),(1,3),(2,3),(2,4),(3,4),(3,4),(3,3)\}$ atau

$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_{7,},e_8\}$

Jenis-Jenis Graf

- Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, secara umum graf dapat dikelompokan menjadi 2 :

  1. Graf Sederhana (*simple graph*):

     Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda. (contoh G_1)

  2. Graf tak Sederhana (*unsimple graph*)

     Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang

     a. Graf ganda (*multigraph*) yang mengandung sisi ganda (contoh G_2)

     b. Graf semu (*pseudograph*) grag yang mengandung gelang (*loop*). (contoh G_3)

Jenis-Jenis Graf (cont.)

- Berdasarkan jumlah simpul pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi dua jenis:

1. **Graf berhingga** (*limited graph*)

   Graf berhingga adalah graf yang jumlah simpulnya, *n*, berhingga.

2. **Graf tak-berhingga** (*unlimited graph*)

   Graf yang jumlah simpulnya, *n*, tidak berhingga banyaknya disebut **graf tak-berhingga**.

Jenis-jenis Graf (cont.)

- Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis:

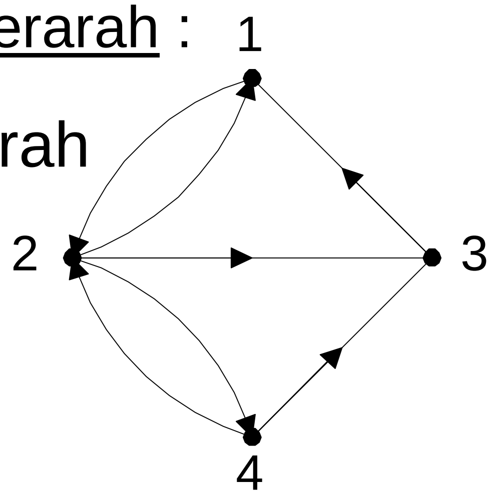
1. **Graf tak-berarah** (*undirected graph*)

   Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah. Tiga buah graf pada contoh a,b,dan c adalah graf tak-berarah.

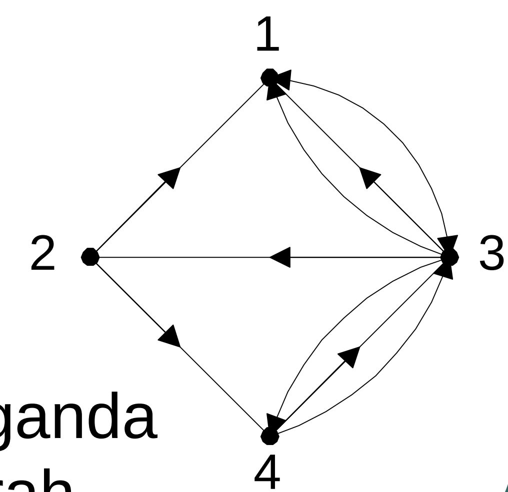
2. **Graf berarah** (*directed graph* atau *digraph*)

   Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah.

<u>Contoh Graf berarah</u> :



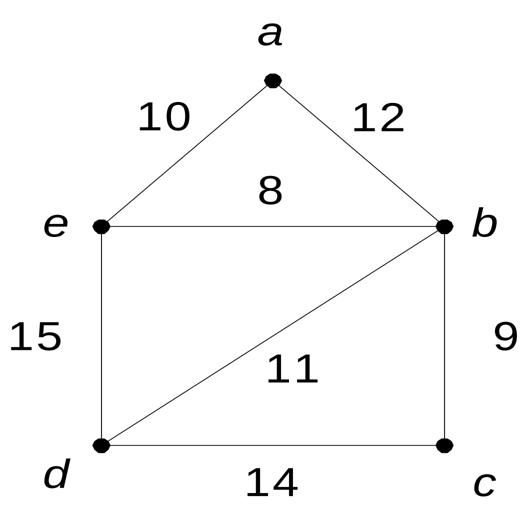
G_4 :graf berarah



G_5 : graf ganda berarah

Graf Berbobot (*Weighted Graph*)

- *Graf berbobot* adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

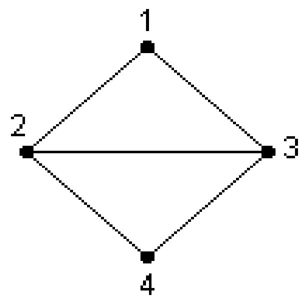


1. Matriks Ketetanggaan (*adjacency matrix*)

$$A = [a_{ij}],$$

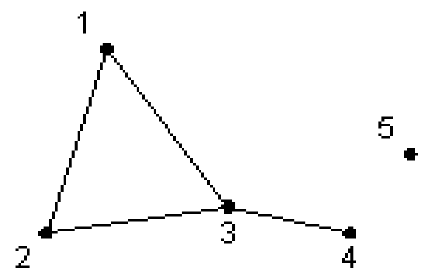
$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ jika simpul } i \text{ dan } j \text{ bertetangga} \\ 0, \text{ jika simpul } i \text{ dan } j \text{ tidak bertetangga} \end{cases}$$

Contoh :



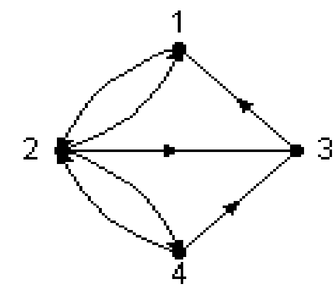
$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

(a)



$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

(b)



$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

(c)

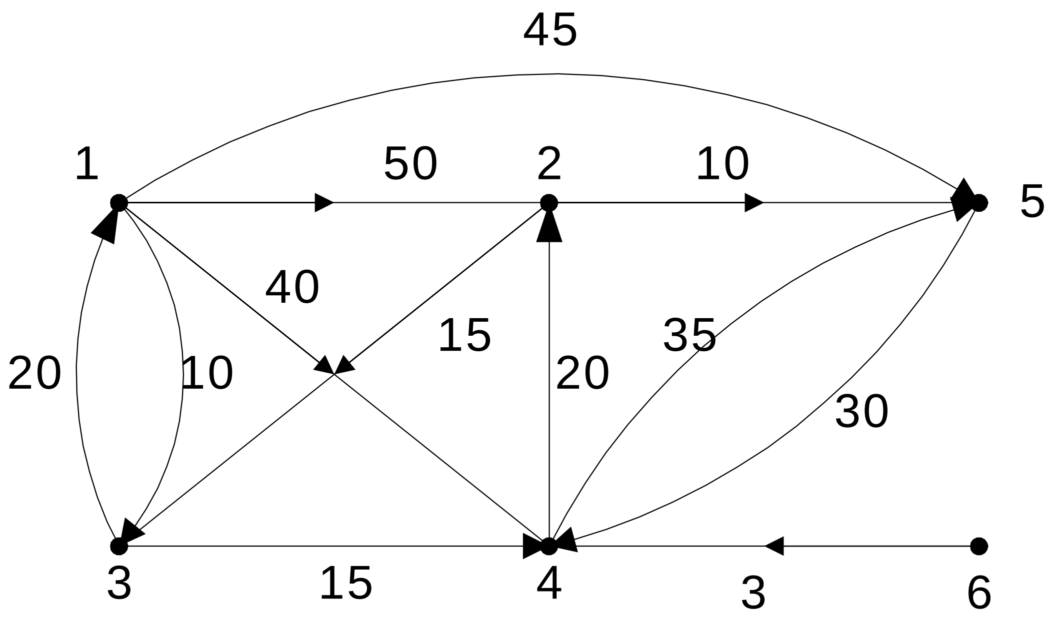
Beberapa Aplikasi Graf

Lintasan Terpendek (*Shortest Path)*

- graf berbobot (*weighted graph*),
- lintasan terpendek: lintasan yang memiliki total bobot minimum.
- Contoh aplikasi:
  1. Menentukan jarak terpendek/waktu tempuh tersingkat/ongkos termurah antara dua buah kota
  2. Menentukan waktu tersingkat pengiriman pesan (*message*) antara dua buah terminal pada jaringan komputer.
- Terdapat beberapa jenis persoalan lintasan terpendek, antara lain:
  1. Lintasan terpendek antara dua buah simpul tertentu.
  2. Lintasan terpendek antara semua pasangan simpul.
  3. Lintasan terpendek dari simpul tertentu ke semua simpul yang lain.
  4. Lintasan terpendek abtara dua buah simpul yang melalui beberapa simpul tertentu.

==> Di dalam kuliah ini kita memilih jenis persoalan 3.

contoh



Tentukan lintasan terpendek dari simpul 1 ke semua simpul lain.

Lelaran	Simpul yang dipilih	Lintasan	S 1	S 2	S 3	S 4	S 5	S 6	D 1	D 2	D 3	D 4	D 5	D 6
Inisial	-	-	0	0	0	0	0	0	0	50 (1,2)	10 (1,3)	40 (1,4)	45 (1,5)	∞ (1,6)
1	1	1	1	0	0	0	0	0	∞	50 (1,2)	10 (1,3)	40 (1,4)	45 (1,5)	∞ (1,6)
2	3	1, 3	1	0	1	0	0	0	∞	50 (1,2)	10 (1,3)	25 (1,3,4)	45 (1,5)	∞ (1,6)
3	4	1, 3, 4	1	0	1	1	0	0	∞	45 (1,3,4,2)	10 (1,3)	25 (1,3,4)	45 (1,4)	∞ (1,6)
4	2	1, 3, 4, 2	1	1	1	1	0	0	∞	45 (1,3,4,2)	10 (1,3)	25 (1,3,4)	45 (1,4)	∞ (1,6)
5	5	1, 5	1	1	1	1	1	0	∞	45	10	25	45	∞

Jadi, lintasan terpendek dari:

1 ke 3 adalah 1, 3 dengan panjang = 10
1 ke 4 adalah 1, 3, 4 dengan jarak = 25
1 ke 2 adalah 1, 3, 4, 2 dengan jarak = 45
1 ke 5 adalah 1, 5 dengan jarak = 45
1 ke 6 tidak ada