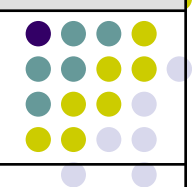


Aljabar Vektor dan Kompleks

Kode Mata Kuliah	: TE 1203	
SKS	: 3	
Tujuan	: Mahasiswa memahami konsep dan metode operasi vektor, matriks dan bilangan kompleks, serta dapat menerapkannya pada kasus real khususnya pada permasalahan teknik elektro.	
Pokok Bahasan	: Vektor dan matriks, aljabar vektor dan matriks, matriks khusus, linear independence, basis, rank, invers, determinan, eigen-value dan eigen-vektor, transformasi serupa (similarity transformation), sistem persamaan linier, medan skalar dan medan vektor, gradient, divergensi, curl. Konsep bil. kompleks, bentuk polar, turunan, fungsi : eksponensial, trigonometri, hiperbolik dan logaritma. Barisan dan deret kompleks, test konvergensi, deret pangkat deret Taylor dan deret Maclaurin.	
Kepustakaan	: <ol style="list-style-type: none">1. Strout, <i>Matematika Teknik</i> Edisi bahasa Indonesia, Airlangga, 19882. Kreyzig, Erwin, <i>Advanced Engineering Mathematics 8th edition</i>, John Wiley & Sons Inc., 1999	

Aljabar Vektor dan Kompleks

EVALUASI



Hard Skill dan Soft Skill

TUGAS : 10%

AKTIFITAS : 5%

PRESENTASI : 20%

MID TES : 25%

UJIAN : 40%

Bilangan Kompleks



Persamaan Kwadrat

$$Ax^2 + Bx + c = 0$$

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

Contoh 1 :

$$2x^2 + 9x + 7 = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 56}}{4} = \frac{-9 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-9 \pm 5}{4}$$

$$x = -1, \quad \text{atau} \quad -3,5$$



- Contoh 2 :

$$5x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 100}}{10} = \frac{6 \pm \sqrt{-64}}{10}$$

$$x = \frac{6 + \sqrt{-64}}{10}, \quad \text{atau} \quad \frac{6 - \sqrt{-64}}{10}$$

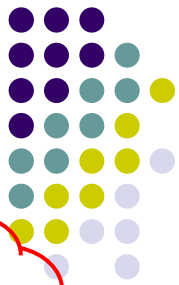
$$\sqrt{-64} = \sqrt{(-1 \times 64)} = \sqrt{(-1)}\sqrt{64} = 8\sqrt{-1}$$

$$\sqrt{-1} = j$$

$$8\sqrt{-1} = j8$$

$$\text{Jadi } x = 0,6 + j0,8 \quad \text{atau} \quad 0,6 - j0,8$$

Bilangan kompleks



Bagian riil

Bagian imajiner

$$X = 0,6 + j0,8$$

Bentuk Baku

$$z = x + jy$$

$$j = \sqrt{-1}$$

$$j^2 = -1$$

$$j^3 = -j$$

$$j^4 = 1$$

Pangkat dari j





Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Kompleks

Penjumlahan :

$$(x_1 + jy_1) + (x_2 + jy_2) = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

Contoh :

$$(4 + j5) + (3 - j2) = (4 + 3) + j(5 - 2) \\ = 7 + j3$$



Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Kompleks

Pengurangan :

$$(x_1 + jy_1) - (x_2 + jy_2) = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$$

Contoh :

$$\begin{aligned}(4 + j7) - (2 + j5) &= (4 - 2) + j(7 - 5) \\ &= 2 + j2\end{aligned}$$

Perkalian dan Pembagian Bilangan Kompleks



Perkalian :

$$\begin{aligned}(x_1 + jy_1)(x_2 + jy_2) &= x_1x_2 + jx_1y_2 + jy_1x_2 + j^2y_1y_2 \\ &= (x_1x_2 - y_1y_2) + j(x_1y_2 + x_2y_1)\end{aligned}$$

Contoh :

$$\begin{aligned}(3 + j4)(2 + j5) &= (6 - 20) + j(15 + 8) \\ &= -14 + j23\end{aligned}$$

Perkalian dan Pembagian Bilangan Kompleks



Pembagian :

$$\frac{x_1 + jy_1}{x_2 + jy_2} = \frac{(x_1 + jy_1)(x_2 - jy_2)}{(x_2 + jy_2)(x_2 - jy_2)}$$

Konjugat

$$= \left(\frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} \right) + j \left(\frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} \right)$$

Contoh :

$$\frac{4 - j5}{1 + j2} = \frac{(4 - j5)(1 - j2)}{(1 + j2)(1 - j2)}$$

$$= \left(\frac{4 - 10}{1 + 4} \right) + j \left(\frac{-5 - 8}{1 + 4} \right) = \frac{-6}{5} + j \frac{-13}{5} = -1,2 - j2,6$$

Kesamaan Bilangan Kompleks



Dua buah bilangan kompleks dikatakan sama apa bila:

- Kedua bagian riilnya sama
- Kedua bagian imajineranya sama

$$z_1 = x_1 + jy_1 \quad \text{dan} \quad z_2 = x_2 + jy_2$$



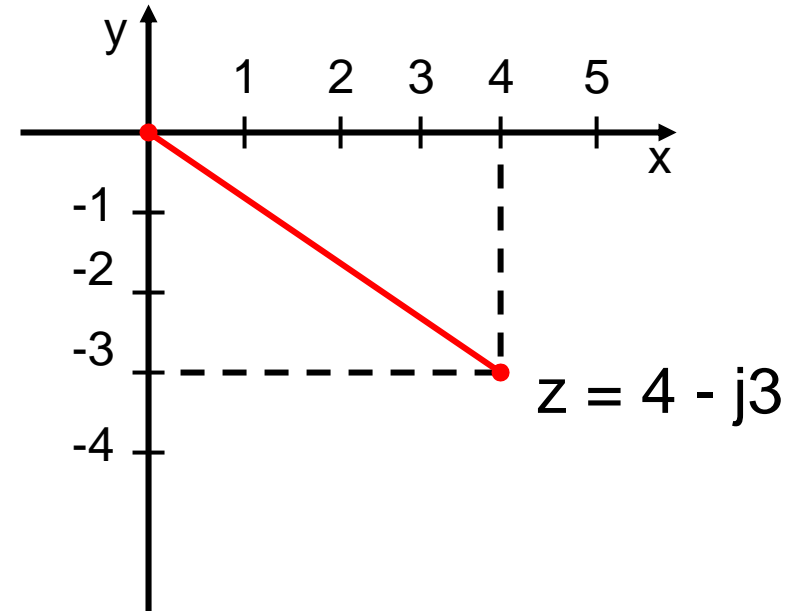
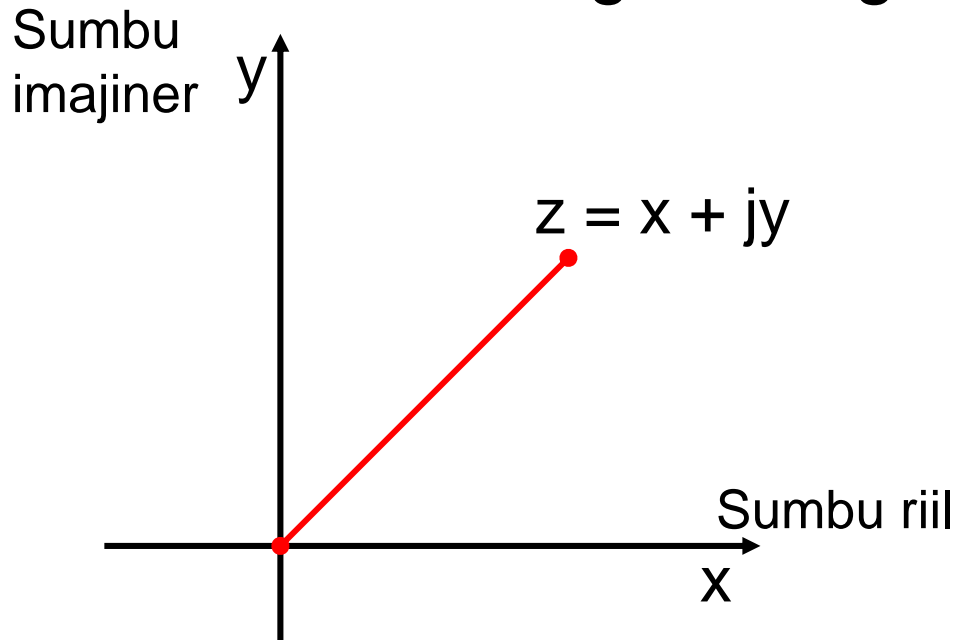
$$x_1 = x_2$$

$$y_1 = y_2$$

Bidang Kompleks (Complex Plane)



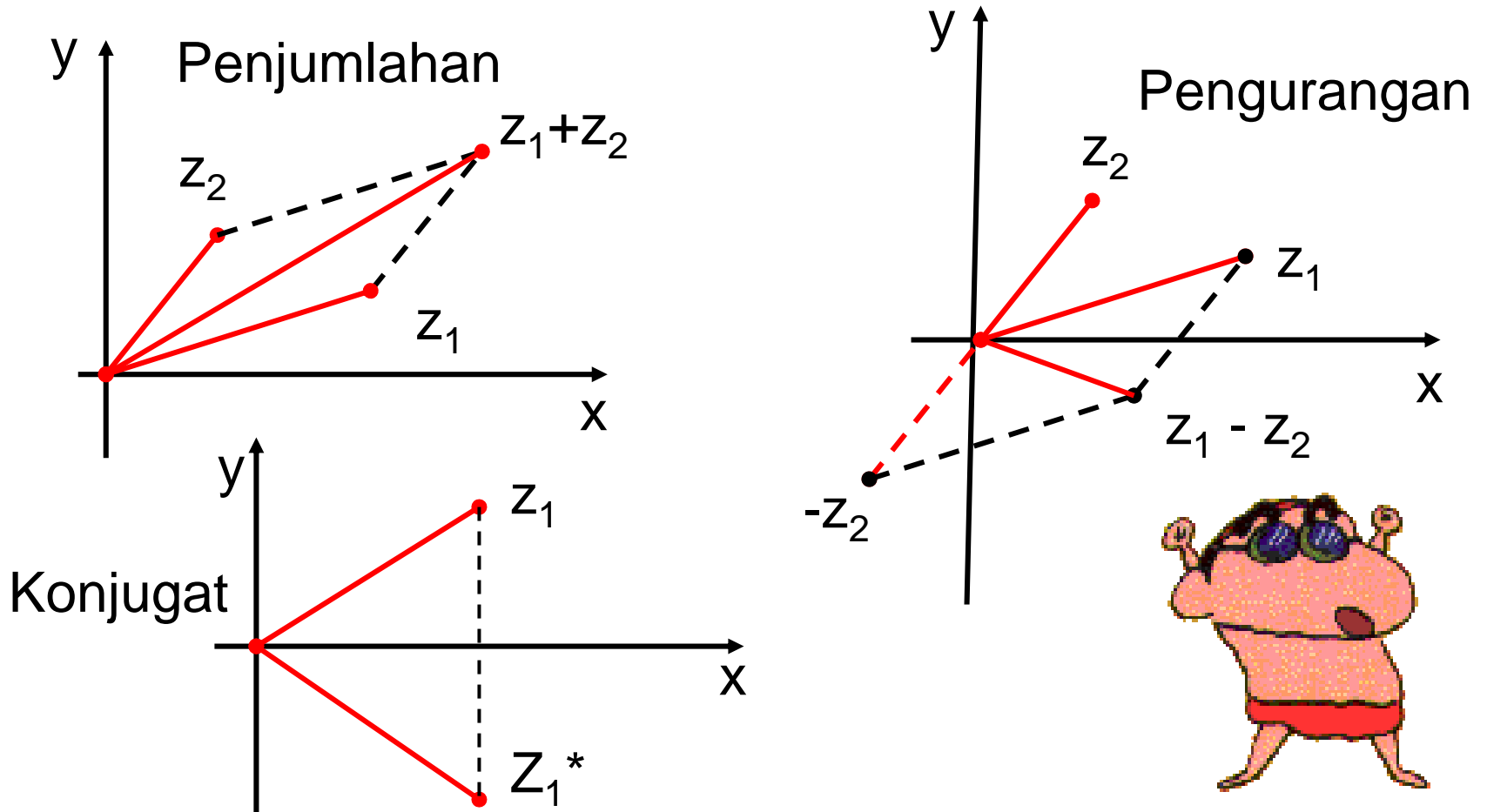
Diagram Argand



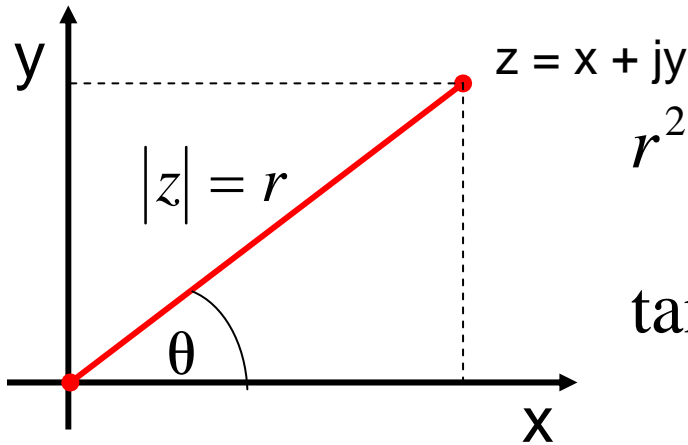
JEAN ROBERT ARGAND (1768-1822)

Ahli Matematika Perancis

Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Kompleks Secara Grafis



Bilangan Kompleks Bentuk Kutub



$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$x = r \cos \theta \quad \text{dan} \quad y = r \sin \theta$$

$$z = x + jy$$

$$z = r \cos \theta + jr \sin \theta = r(\cos \theta + j \sin \theta)$$

r = modulus z , ditulis 'mod z ' atau $|z|$

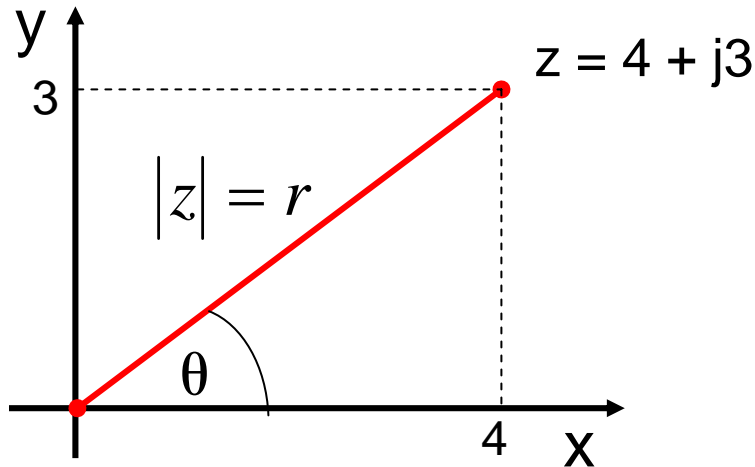
θ = argumen z , ditulis 'arg z '





Contoh:

Nyatakanlah $z = 4 + j3$ dalam bentuk kutub



$\theta =$ dalam derajat ($^{\circ}$)

$$r^2 = 4^2 + 3^2 \quad |z| = r = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\tan \theta = \frac{3}{4} = 0,75 \quad \theta = \tan^{-1}(0,75) = 36,87^{\circ}$$

$$z = r(\cos \theta + j \sin \theta) = 5(\cos 36,87^{\circ} + j \sin 36,87^{\circ})$$



Bilangan Kompleks Bentuk Eksponensial

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

Rumus Euler :

$$e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta$$

$$z = r(\cos \theta + j \sin \theta)$$

$$\boxed{z = re^{j\theta}} \quad \theta = \text{dalam } \textit{radian} \text{ (rad)}$$

Contoh :

Nyatakanlah dalam bentuk eksponensial

$$z = 5(\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ)$$

$$r = 5, \quad \theta = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \textit{radian} \quad \text{jadi } z = 5e^{j\frac{\pi}{3}}$$

Logaritma bilangan kompleks



$$z = re^{j\theta}$$

$$\ln z = \ln r + j\theta$$

$$z = re^{-j\theta}$$

$$\ln z = \ln r - j\theta$$

Contoh :

$$z = 6,42e^{j1,57}$$

$$\ln z = \ln 6,42 + j1,57$$

$$= 1,8594 + j1,57$$